

# Точная теория краевой дифракции и возбуждения поперечных электрических плазмонов на двумерных контактах<sup>1)</sup>

Д. Свингцов<sup>2)</sup>, А. Шабанов

Лаборатория оптоэлектроники двумерных материалов, Московский физико-технический институт,  
141700 Долгопрудный, Россия

Поступила в редакцию 26 октября 2024 г.

После переработки 28 ноября 2024 г.

Принята к публикации 29 ноября 2024 г.

Получено и проанализировано точное решение для дифракции электромагнитной волны на контакте двумерных электронных систем (2ДЭС) для электрического поля, поляризованного вдоль края. Особое внимание уделено контактам с металлом и изолированным краем 2ДЭС. В первом случае электрическое поле на краю стремится к нулю; в последнем случае оно стремится к конечному значению, которое аномальным образом зависит от экранирующих свойств 2ДЭС. Для обоих типов края и емкостного типа двумерной проводимости падающая волна возбуждает поперечные электрические двумерные плазмоны. Амплитуда возбужденных ТЕ-плазмонов максимизируется и становится порядка амплитуды падающей волны для емкостного импеданса 2DES порядка импеданса свободного пространства. Как для большого, так и для малого импеданса 2ДЭС амплитуда ТЕ-плазмонов стремится к нулю по степенным законам, которые выводятся в работе в явном виде.

DOI: 10.31857/S0370274X25010198, EDN: DZTJGS

Контакты двумерных электронных систем (2ДЭС) друг с другом и с металлами являются одними из центральных объектов в двумерной оптоэлектронике. Такие переходы способны генерировать фототок [1–4], что обеспечивает их богатое применение как в оптоэлектронной технике, так и в фундаментальных исследованиях взаимодействия света с веществом. В то время как многочисленные исследования были посвящены микроскопическим теориям электронного транспорта на переходах во внешних электромагнитных (ЭМ) полях [5–8], гораздо меньше известно о дифракции самих ЭМ полей на этих переходах. Проблема дифракции ЭМ волн на латерально неоднородной 2ДЭС является сложной и обычно изучается с помощью электромагнитного моделирования [9, 10] или приближенных представлений локальных полей в виде суперпозиции плоских волн [11, 12]. Совсем недавно было обнаружено, что мощный аналитический метод Винера–Хопфа для решения интегральных уравнений задачи рассеяния в полубесконечных областях может быть успешно применен к краевой дифракции в 2ДЭС [13–17]. С помощью этого метода было получено несколько замечательных аналитических результатов. Они включают универсальное значение

электромагнитного поглощения на контакте металл–2ДЭС [16], универсальное значение амплитуды двумерных плазмонов, запущенных на изолированном двумерном крае [14], но ими не ограничиваются.

Все ранние исследования дифракции на контактах 2ДЭС [13, 14, 16] касались падающих полей с магнитным полем  $\mathbf{H}_0$  вдоль края. Следовательно, электрическое поле  $\mathbf{E}_0$  было ортогонально краю. Для такой поляризации локальное электрическое поле  $\mathbf{E}(x)$  значительно усиливается за счет динамического “эффекта громоотвода”. Такое усиление было подтверждено экспериментально с помощью исследований фототока, зависящего от поляризации, на переходах металл–графен [18–20].

Другая поляризация падающего поля, когда электрический вектор  $\mathbf{E}_0$  направлен вдоль края, еще не привлекла внимания в теории двумерной краевой дифракции. Настоящая статья заполняет этот пробел. Для такой поляризации ожидается, что электрическое поле будет подавлено, особенно если 2DES контактирует с металлом с очень большой проводимостью. Хотя подавление поля не так привлекательно, как усиление поля, его конкретная величина важна для проектирования поляризационно-чувствительных и поляризационно-разрешающих фотодетекторов [19, 21]. Другим интересующим аспектом такой поляризации является возможность возбуждения двумерных поперечных

<sup>1)</sup> См. дополнительный материал к данной статье на сайте нашего журнала [www.jetletters.ac.ru](http://www.jetletters.ac.ru)

<sup>2)</sup> e-mail: svintcov.da@mpt.ru

электрических (ТЕ) плазмонов [22] в такой простой геометрии. Такие волны могут существовать только для емкостного типа проводимости 2DES  $\sigma = \sigma' + i\sigma''$ ,  $\sigma'' < 0$  (в обозначениях  $e^{-i\omega t}$  для комплексных амплитуд полей, зависящих от времени). Эти волны не накапливают электрический заряд при распространении, поэтому отличаются от обычных продольных плазмонов, существующих при  $\sigma'' > 0$ . В то время как проводимость внутризонного движения свободных носителей всегда индуктивная, емкостная проводимость проявляется вблизи краев межзонного поглощения [23]. В частности, это происходит для энергий фотонов  $\hbar\omega$ , близких к ширине запрещенной зоны  $E_g$  (если она присутствует) [23] или близких к удвоенной энергии Ферми,  $2\mu$ , в случае легированного графена [22, 24]. Формальное решение задачи дифракции в обеих поляризациях для полубесконечного неидеально проводящего слоя можно найти в более старых работах [25, 26]. Однако запуск ТЕ-плазмонов для емкостной проводимости не был изучен в этих работах, предположительно, из-за нерелевантности этого случая для классических металлов. Случай дифракции на стыке разнородных материалов также не рассматривался.

Мы переходим к получению аналитического решения для дифракции ЭМ волн на стыке двумерных электронных систем в ТЕ-поляризации, т.е. для электрического вектора волны, направленного вдоль края. Особое внимание будет уделено асимптотическим значениям поля вблизи стыка и вдали от него, а также амплитуде ТЕ плазмонов, запускаемых краем.

Исследуемая система показана на рис. 1а. Двумерные электронные системы с проводимостями  $\sigma_L$  и  $\sigma_R$  лежат в плоскости  $z = 0$  и соприкасаются по прямой  $x = 0$ . Электрическое поле падающей волны направлено вдоль оси  $y$  и имеет вид  $E_y(x) = E_0 e^{ik_x x}$ , где  $k_x = k_0 \cos \theta - x$ -компоненты волнового вектора,  $k_0$  – волновое число, а  $\theta$  – угол скольжения. Гармоническая зависимость всех величин  $e^{-i\omega t}$  от времени будет предполагаться и далее опускаться, также будет опускаться нижний индекс для  $y$ -компоненты. Уравнение рассеяния для электрического поля в плоскости 2ДЭС  $z = 0$  имеет вид (см. дополнительные материалы, раздел I, для вывода)

$$E(x) = E_0 e^{ik_x x} - \frac{Z_0 k_0}{4} \int_{-\infty}^{+\infty} H_0(k_0 |x - x'|) j(x') dx', \quad (1)$$

где  $Z_0$  – импеданс свободного пространства ( $4\pi/c$  в гауссовых единицах или  $\sqrt{\mu_0/\epsilon_0} \approx 377$  Ом в единицах СИ);  $H_0$  есть функция Ганкеля нулевого порядка

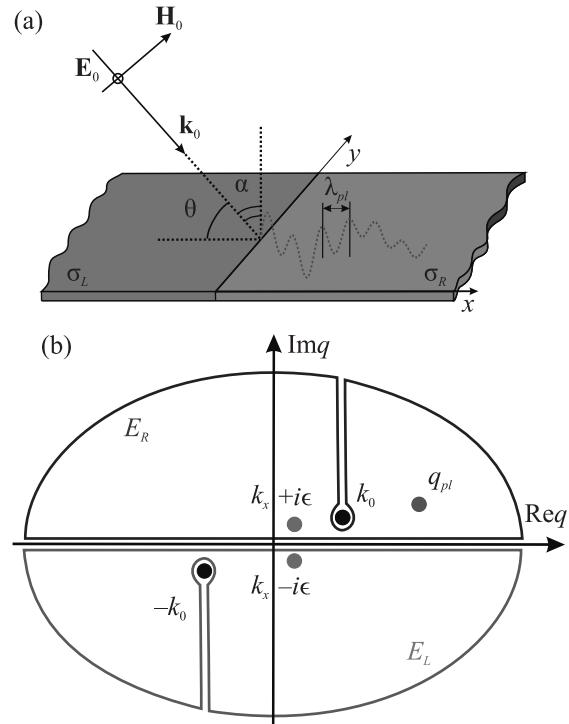


Рис. 1. (Цветной онлайн) (а) – Постановка задачи рассеяния:  $s$ -поляризованная электромагнитная волна с волновым вектором  $k_0$  падает на латеральный контакт 2ДЭС с проводимостями  $\sigma_L$  и  $\sigma_R$  под углом скольжения  $\theta$ . Схематический вид зависящего от координат дифрагированного электрического поля показан красной пунктирной линией; поле может иметь ТЕ плазмонную компоненту с длиной волны  $\lambda_{pl}$  (б) – Аналитическая структура задачи рассеяния в комплексной  $q$ -плоскости. Полюса падающего поля появляются при  $q = k_x \pm i\epsilon$ , точки ветвления диэлектрических функций  $\epsilon(q)$  начинаются при  $q = k_0$  и уходят в бесконечность. Дополнительные плазменные полюса могут присутствовать при определенном знаке  $2d$  проводимостей  $\eta_{L/R}''$

ка, являющаяся фундаментальным решением волнового уравнения в двух измерениях, а  $j(x)$  – распределение поверхностных токов, вызванных волной, в 2ДЭС. Для формулировки полного уравнения рассеяния с одной неизвестной функцией, электрическим полем  $E(x)$ , мы используем закон Ома в локальной форме  $j(x) = \sigma(x)E(x)$ , где проводимость изменяется ступенчатым образом  $\sigma(x) = \sigma_L \theta(-x) + \sigma_R \theta(x)$ .

Решение (1) основано на методе Винера–Хопфа. Он включает в себя расщепление полного поля на левую и правую компоненты,  $E(x) = E_L(x)\theta(-x) + E_R(x)\theta(x)$ , преобразование Фурье основного уравнения с переходом к волновому вектору  $q$  в качестве переменной, изучение возникающих функций комплексной  $q$ -переменной. Фурье образы полей  $E_L(q)$

и  $E_R(q)$  будут аналитическими в верхней и нижней полуплоскостях комплексной переменной  $q$ , соответственно. Перед фактическим преобразованием Фурье разумно ограничить все функции в конечную область реального пространства. Мы заменяя исходное поле согласно  $E_0 e^{ik_x x} \rightarrow E_0 e^{ik_x x} e^{-\epsilon|x|}$ , что имитирует ограничение падающего луча апертурой размером  $\sim \epsilon^{-1}$ . Мы также предполагаем некоторую остаточную диссипацию в материалах, окружающих 2ДЭС, что равносильно замене  $k_0 \rightarrow k_0(1+i\delta)$ ,  $\delta \ll 1$  в аргументе электромагнитного пропагатора. Мы увидим, что конечные результаты не будут зависеть от вспомогательных значений  $\epsilon$  и  $\delta$ . Тем не менее, сохранение их конечной величины важно в ходе решения.

После преобразования Фурье уравнение рассеяния (1) имеет вид

$$\begin{aligned} \varepsilon_L(q) E_L(q) + \varepsilon_R(q) E_R(q) = \\ E_0 \left[ \frac{-i}{q - (k_x + i\epsilon)} + \frac{i}{q - (k_x - i\epsilon)} \right], \end{aligned} \quad (2)$$

где поперечно-электрические диэлектрические проницаемости имеют вид

$$\varepsilon_i(q) = 1 + \eta_i \frac{k_0}{\sqrt{k_0^2 - q^2}}, \quad \eta_i = \frac{Z_0 \sigma_i}{2}, \quad i = \{L, R\}. \quad (3)$$

Разрезы диэлектрических функций  $\varepsilon_i(q)$  начинаются с  $q = \pm k_0$  и доходят до  $\pm i\infty$ , соответственно, не пересекая действительную ось. Такой выбор продиктован затухающим характером электромагнитного пропагатора  $H_0(k_0|x - x'|)$  на больших расстояниях. Ключевую роль в последующем решении будут играть “факторизованные функции”  $\varepsilon_{i+}(q)$  и  $\varepsilon_{i-}(q)$ . Они аналитичны в верхней и нижней полуплоскостях комплексной переменной  $q$ . Факторизация здесь будет выполнена с помощью теоремы Коши, примененной к узкой полосе, охватывающей вещественную ось, хотя возможны и другие полуаналитические подходы к проблеме факторизации [16, 27]. Факторизация Коши дает следующий результат:

$$\varepsilon_{i,\pm}(q) = \exp \left\{ \pm \frac{1}{2\pi i} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\ln \varepsilon_i(u) du}{u - (q \pm i\gamma)} \right\}. \quad (4)$$

После алгебраических преобразований, подробно описанных в дополнительных материалах, разделе II, уравнение (2) принимает вид

$$\begin{aligned} \frac{\varepsilon_{L+}(q)}{\varepsilon_{R+}(q)} E_L(q) + \frac{\varepsilon_{R-}(q)}{\varepsilon_{L-}(q)} E_R(q) = \\ \frac{E_0}{\varepsilon_{R+}(k_x) \varepsilon_{L-}(k_x)} \left[ \frac{i}{q - (k_x - i\epsilon)} + \frac{-i}{q - (k_x + i\epsilon)} \right], \end{aligned} \quad (5)$$

где первые члены в левой и правой частях являются аналитическими в верхней полуплоскости, а вторые члены в левой и правой частях являются аналитическими в нижней полуплоскости. Следовательно, можно приравнять функции, аналитические в соответствующих полуплоскостях, почленно. Это приводит к окончательному решению для электрических полей

$$E_L(q) = \frac{+iE_0}{1 + \eta_L / \sin \theta} \frac{\varepsilon_{R+}(q)}{\varepsilon_{L+}(q)} \frac{\varepsilon_{L+}(k_x)}{\varepsilon_{R+}(k_x)} \frac{1}{q - (k_x - i\epsilon)}, \quad (6)$$

$$E_R(q) = \frac{-iE_0}{1 + \eta_R / \sin \theta} \frac{\varepsilon_{L-}(q)}{\varepsilon_{R-}(q)} \frac{\varepsilon_{R-}(k_x)}{\varepsilon_{L-}(k_x)} \frac{1}{q - (k_x + i\epsilon)}. \quad (7)$$

Уравнения (6) решают задачу рассеяния в области Фурье. Они хорошо согласуются с результатами электромагнитного моделирования, выполненного с использованием пакета CST Microwave Studio, как показано в дополнительных материалах, разделе III. Полученное решение применимо пока лишь к плоскости 2ДЭС  $z = 0$ . Решение вне этой плоскости можно получить путем умножения на “фазовую экспоненту”  $E(q, z) = [E_L(q, z = 0) + E_R(q, z = 0)] e^{i\sqrt{k_0^2 - q^2}|z|}$ .

Мы ограничим наше обсуждение случаями “оборванного края 2ДЭС” ( $\eta_L = 0$ ) и контакта 2ДЭС с металлом ( $|\eta_L| \gg 1$ ). Точное условие хорошей металлической проводимости  $|\eta_L| \gg 1$  зависит от толщины металла  $t$ . Если  $t$  оказывается больше глубины скин-слоя,  $\eta_L$  является произведением объемной проводимости и глубины скин-слоя. Это ни что иное, как показатель преломления металла  $n_M$ . За исключением ультрафиолетового диапазона, у большинства металлов  $|n_M| \gg 1$ . Как только  $t$  оказывается ниже глубины скин-слоя,  $\eta_L$  становится произведением объемной проводимости металла в единицах  $c/2\pi$  и его толщины  $t$ . Можно показать, что даже для  $t \sim 10$  нм и  $\omega/2\pi \sim 1$  ТГц мы имеем  $|\eta_L| \sim 10^2$  для металлов, таких как золото и медь. Поля для изолированного края 2ДЭС и контакта с металлом будут снабжены символами  $\times$  и  $\leftrightarrow$  соответственно. Нижний индекс  $R$  у “правых” функций будет отныне опущен, т.е.  $\varepsilon_R \equiv \varepsilon$ ,  $\eta_R \equiv \eta$ . После взятия надлежащего предела для “левой” диэлектрической функции, мы приходим к явной форме электрического поля в 2ДЭС для обоих типов края:

$$E_R^\times(q) = \frac{-iE_0}{1 + \eta / \sin \theta} \frac{\varepsilon_-(k_x)}{\varepsilon_-(q)} \frac{1}{q - (k_x + i\epsilon)}, \quad (8)$$

$$E_R^\leftrightarrow(q) = \frac{-iE_0}{1 + \eta / \sin \theta} \frac{\sqrt{k_0 - k_x}}{\sqrt{k_0 - q}} \frac{\varepsilon_-(k_x)}{\varepsilon_-(q)} \frac{1}{q - (k_x + i\epsilon)}. \quad (9)$$

Поведение электрического поля в непосредственной близости от перехода,  $x \rightarrow +0$ , можно понять, проанализировав затухание компонент Фурье при больших  $q$ . Спектр поля, контактирующего с металлом (9), быстро затухает как  $q^{-3/2}$ . Это означает, что поле на самом переходе равно нулю. Это и вполне ожидаемо, так как электрическое поле в металле отсутствует, а его тангенциальная составляющая непрерывна на границе раздела. Спектр электрического поля для изолированного края (8) затухает  $q^{-1}$ . Это означает, что поле на краю конечно. Его значение можно связать с вычетом Фурье-компоненты на бесконечности

$$E^x(x=0) = \lim_{q \rightarrow \infty} [iqE_R^x(q)] = \frac{E_0 \varepsilon_-(k_x)}{1 + \eta / \sin \theta}. \quad (10)$$

Полностью аналитический результат может быть получен для случая нормального падения,  $k_x = 0$ . В этом случае главная часть интеграла Коши (4) равна нулю в силу антисимметрии подынтегрального выражения. Полюсная часть интеграла Коши вычисляется тривиально, что приводит к  $\varepsilon_-(q=0) = \varepsilon_-^{1/2}(q=0)$ . Примечательно полученное аномальное экранирование падающего поля:

$$E^x(x=0, k_x=0) = \frac{E_0}{\sqrt{1+\eta}}. \quad (11)$$

Это отличается от линейного экранирования падающего поля протяженной двумерной электронной системой,  $E = E_0/(1+\eta)$ . Можно сказать, что усечение половины двумерной системы приводит к уменьшению показателя степени в законе экранирования вдвое.

Поучительно выявить особенности спектров поля  $E_R(q)$ . Они связаны с волнами, запускаемыми при дифракции на краю. На рисунке 2а показаны спектры электрического поля  $E_R(q)$  для 2ДЭС с металлическим контактом и различными значениями поверхности проводимости. Внешняя волна падает с  $k_x = 0, 3k_0$ . Естественно, все спектральные криевые имеют полюс при  $q = k_x$ , который соответствует падающему полу, экранированному 2ДЭС. Другая (более слабая) сингулярность присутствует при  $q = k_0$  в отсутствие 2ДЭС ( $\eta = 0$ , черная линия). Спектр электрического поля вблизи нее ведет себя как  $E_R(q) \sim (k_0 - q)^{1/2}$ . Это соответствует излучению “линии диполей”, расположенных вдоль линии контакта. В реальном пространстве такая слабая сингулярность соответствует цилиндрической волне  $E(x) \sim |x|^{-1/2} e^{ik_0 x}$ . С увеличением проводимости 2ДЭС это излучение в значительной степени модифицируется. Для индуктивной 2d-проводимости,

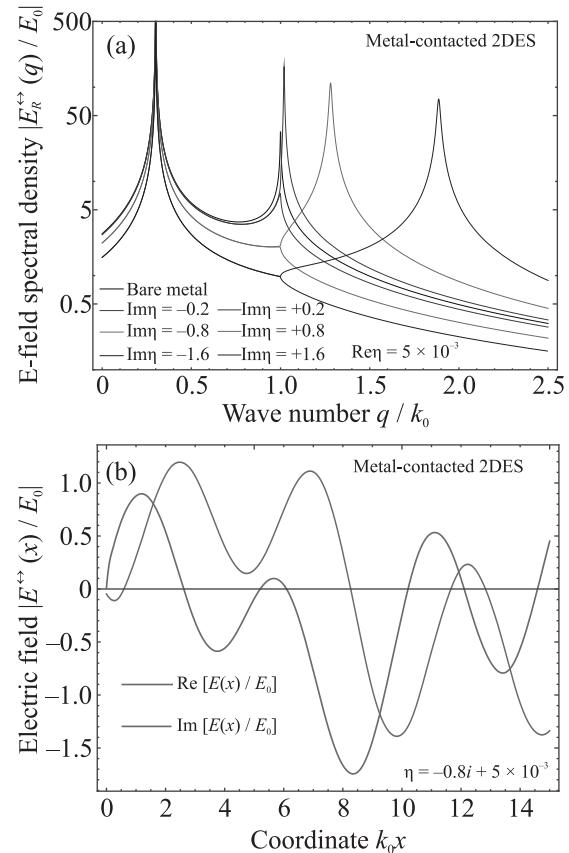


Рис. 2. (Цветной онлайн) (а) – Спектральная структура дифрагированных полей, т.е. зависимости дифрагированного поля  $E_R(q)$  от волнового числа при различных значениях поверхности проводимости  $\eta$ . Сплошные и пунктирные линии соответствуют емкостной и индуктивной проводимостям, соответственно. (б) – Структура дифрагированного поля в реальном пространстве в случае емкостной двумерной проводимости  $\eta'' = -0.8$ . Оба графика представлены для 2ДЭС с металлическим контактом при  $\eta' = 5 \times 10^{-3}$ ,  $k_x = 0, 3k_0$

$\eta'' > 0$ , сингулярность размывается, и все ее следы исчезают при  $\eta'' \sim 1$ . Можно сказать, что индуктивность 2d-электронов препятствует распространению излучения.

Для емкостной 2d проводимости,  $\eta'' < 0$ , спектральные особенности более интересны. Начальная слабая сингулярность при  $q = k_0$  смещается вправо и становится хорошо развитым полюсом. Ширина спектрального пика остается конечной только в мере конечности диссипативной проводимости,  $\eta' \neq 0$ . Ситуация соответствует запуску поперечных электрических двумерных плазмонов краем. Рисунок 2б иллюстрирует эту ситуацию в реальном пространстве: медленная модуляция электрического поля с периодом  $k_x^{-1}$  пронизана более быстрой модуляцией из-за

плазменной волны. Длина волны плазмона уменьшается с ростом  $|\eta''|$ .

Более детальное изучение электрического поля в реальном пространстве можно осуществить с помощью обратного преобразования Фурье уравнения (6):

$$E_R(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} dq E_R(q) e^{iqx}. \quad (12)$$

Чтобы обеспечить затухание показателя Фурье  $e^{iqx}$  при  $x > 0$ , мы замыкаем контур интегрирования для  $E_R(x)$  в верхней полуплоскости (ВПП), синяя линия на рис. 1b. Здесь мы отмечаем, что спектр  $E_R(q)$  неаналитичен в ВПП, тем не менее, его сингулярности легко распознаются. Распознавание достигается путем записи  $\varepsilon_-(q) = \varepsilon(q)/\varepsilon_+(q)$  в знаменателях уравнений (8) и (9). При такой замене все сингулярности  $E_R(q)$  в ВПП сводятся к (1) полюсу при  $q = k_x + i\epsilon$ , соответствующему падающей волне, экранированной 2ДЭС (2) полюсу в нуле диэлектрической функции  $\varepsilon(q)$  (3) разрезу  $\varepsilon(q)$ , идущему от  $+k_0$  до  $+i\infty$ . Можно показать, что полюс TE-моды #2 существует только при  $\eta'' < 0$  и расположен в

$$q_{pl} = k_0 \sqrt{1 - \eta^2}. \quad (13)$$

Кажущаяся независимость  $q_{pl}$  от знака  $\eta''$  является ложной и появляется из-за возведения в квадрат двух слагаемых, составляющих  $\varepsilon(q)$ . Из исходного определения  $\varepsilon(q)$ , уравнение (3), ясно, что его нули могут существовать только при  $\eta'' < 0$ . Три сингулярности  $E_R(q)$  в ВПП производят три вклада в поле в реальном пространстве  $E_R(x)$ , соответственно:

$$E_R(x) = \frac{E_0 e^{ik_x x}}{1 + \eta / \sin \theta} + i e^{iq_{pl} x} \underset{q=q_{pl}}{\text{Res}} E_R(q) - E_{b.c.}(x). \quad (14)$$

Последний член,  $E_{b.c.}(x)$ , является результатом обратного преобразования Фурье спектра поля при обходе разреза диэлектрической функции  $\varepsilon_R(q)$ . Результирующий вклад в электрическое поле быстро спадает уже при  $x \sim k_0^{-1}$ . Поле запущенных TE волн распространяется дальше, по крайней мере, для слабо диссипативной проводимости. Поскольку дальнодействующее поле в значительной степени определяется этой волной, естественно изучить ее амплитуду  $E_{pl}$  более подробно.

Явный расчет вычета при  $q = q_{pl}$  приводит к следующим выражениям для амплитуды TE волны для изолированной 2ДЭС

$$E_{pl}^X = \frac{E_0}{1 + \eta / \sin \theta} \frac{\varepsilon_-(k_x) \varepsilon_+(q_{pl})}{\partial \varepsilon(q) / \partial q|_{q=q_{pl}}} \frac{1}{q_{pl} - k_x}, \quad (15)$$

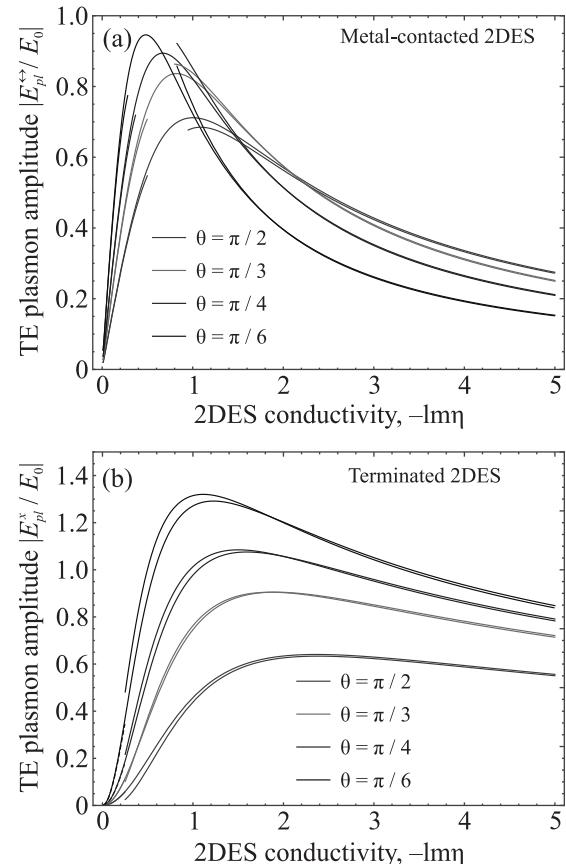


Рис. 3. (Цветной онлайн) Эффективность преобразования излучения свободного пространства в двумерные TE плазмоны для контакта 2ДЭС с металлом (а) и оборванной 2ДЭС (б) как функция проводимости  $-\eta''$  при различных углах скольжения  $\theta$ . Сплошные линии получены с помощью точных выражений (15) и (16), штриховые линии получены с помощью упрощенных асимптотических выражений (17) для низкой проводимости и (18) для высокой проводимости

и контакта 2ДЭС с металлом

$$E_{pl}^{<} = E_{pl}^X \frac{\sqrt{k_0 - k_x}}{\sqrt{k_0 - q_{pl}}}. \quad (16)$$

Коэффициенты преобразования излучения свободного пространства в TE плазмоны (15), (16) показаны на рис. 3 как функции проводимости  $-\eta''$  при различных углах скольжения  $\theta$ . При этом предполагается, что диссипативная часть проводимости очень мала,  $\eta' = 5 \times 10^{-3}$ . Коэффициенты преобразования стремятся к нулю для малой проводимости линейно (для 2ДЭС с металлическим контактом) и квадратично (для оборванной 2ДЭС). Это масштабирование можно показать аналитически, вспомнив, что все

диэлектрические функции стремятся к единице при  $\eta \rightarrow 0$ . В этом пределе мы находим

$$E_{pl}^{\times} = \frac{E_0}{2} \frac{|\eta''|^2}{\sin^2 \frac{\theta}{2}}, \quad (17)$$

$$E_{pl}^{\leftrightarrow} = E_0 \left| \frac{\eta''}{\sin \frac{\theta}{2}} \right|. \quad (18)$$

Эти асимптоты, показанные на рис. 3 штриховыми линиями вблизи начала координат, хорошо соглашаются с полными вычисленными коэффициентами преобразования в пределе  $-\eta'' \ll 1$ .

Наконец, мы проанализируем коэффициенты преобразования в противоположном пределе  $|\eta''| \gg 1$ . Сложность заключается в оценке факторизованных функций  $\varepsilon_{\pm}$  при  $q = k_x$  и  $q = q_{pl}$ . Эти функции теперь в значительной степени отличаются от единицы, в то время как подынтегральное выражение в факторизации Коши (4) имеет множество особенностей. Чтобы справиться с этой проблемой, мы явно выделяем все нули и сингулярности в определении диэлектрической функции:

$$\varepsilon(q) = \frac{q^2 - q_{pl}^2}{\eta k_0 \sqrt{k_0^2 - q^2} f_{aux}(q)}, \quad (19)$$

$$f_{aux}(q) = 1 + \frac{1}{\eta} \frac{\sqrt{k_0^2 - q^2}}{k_0}. \quad (20)$$

Факторизация Коши свободной от нулей и сингулярностей функции  $f_{aux}(q)$  гораздо проще. Более того, если нас интересует только абсолютное значение амплитуды ТЕ волны, а не ее фаза, следует рассматривать только часть интеграла Коши, а именно

$$|f_{aux\pm}(q)| = \sqrt{|f_{aux}(q)|} e^{\pm I}, \quad (21)$$

$$I = \frac{1}{2\pi} \int_{-1}^{+1} \frac{\arctan \left( \frac{\sqrt{1-u^2}}{|\eta''|} \right)}{u - q/k_0} du \approx -\frac{1}{2|\eta''|k_0} \begin{cases} q, & q < k_0 \\ q - \sqrt{q^2 - 1}, & q > k_0 \end{cases}. \quad (22)$$

Асимптотические значения амплитуды ТЕ волны, полученные с помощью приведенной выше приближенной методики, очень хорошо согласуются с точно рассчитанными. Удивительно, но приближенная схема отлично работает даже для  $|\eta''| \lesssim 1$ , как показано на рис. 3 штриховыми линиями.

В заключение сравним особенности дифракции ТЕ волны с особенностями ранее изученной ТМ дифракции [16]. Электрическое поле для падающей

волны в ТМ поляризации усиливается при  $x = 0$  сингулярным образом,  $E_{TM}(x = 0) \approx E_0[\eta(1 + \eta)]^{-1/2}$ . Такое усиление является следствием эффекта громоотвода на остром металлическом крае. Эффект громоотвода является поляризационно-селективным. Для электрического поля вдоль края он исчезает, вместо этого реализуется подавление поля динамическими токами в металле. Сильное и неоднородное электрическое поле для ТМ поляризации приводило к очень большой эффективности преобразования фотонов в плазмы, которая масштабировалась по закону  $|\eta''|^{-1/2}$  для малой поверхностной проводимости. Относительная гладкость дифрагированного поля для ТЕ поляризации приводит к умеренным амплитудам запущенных плазменных волн. При  $|\eta''| \sim 1$  достигаются предельные значения амплитуды плазмы  $E_{pl} \sim E_0$  как для изолированной 2ДЭС, так и для 2ДЭС в контакте с металлом. В то время как все компоненты электрического поля в рассматриваемой поляризации остаются конечными, магнитное поле (будучи пропорциональным электрическим градиентам) расходится вблизи изолированного края. Это может привести к высокой эффективности запуска 2d-магнонов [28, 29], а также к локальному усилению сигналов электронного спинового резонанса [30].

Представленный аналитический метод легко обобщается на 2ДЭС, расположенные над идеальными проводниками (затворами). Это достигается с помощью замен  $\eta_{L/R} \rightarrow \eta_{L/R}(1 - e^{-2d\sqrt{q^2 - k_0^2}})$ , где  $d$  – расстояние до затвора. С такой модификацией станет возможным изучение гибридизации ТЕ плазмонов с резонаторными модами, образованными между 2ДЭС и ее затвором [31]. Предыдущие исследования задач рассеяния в таких пространственно неоднородных 2ДЭС с затвором ограничивались приближениями слабой нелокальности [32, 33].

Текущее исследование было посвящено задаче рассеяния ЭМ волны. Другой класс электромагнитных задач касается свойств собственных мод, поддерживаемых краем [27, 34, 35], которые остаются в значительной степени неизученными для “емкостных” материалов с  $\eta'' < 0$ . Краевые ТЕ плазмы, если они и существуют, имели бы две ненулевые компоненты электрического поля. Это усложнило бы анализ уравнения Винера–Хопфа, которое в этом случае становится матричным [36]. К счастью, недавно появились эффективные методы факторизации для таких матричных систем [37].

Все наши рассмотрения основывались на локальной модели проводимости 2ДЭС. Это оправдано относительной гладкостью возникающих полей, по

крайней мере, в пределе  $|\eta''| \lesssim 1$ . Интересным аспектом нелокальности проводимости в ТЕ-поляризации является возможное возникновение сдвиговых волн [38, 39]. Такие волны могут распространяться из-за электронной вязкости по нормали к контакту; а неоднородность дифрагированного поля передает волне необходимый импульс. Поэтому контакты металлы-2ДЭС, освещенные ЭМ волнами в ТЕ-поляризации, являются удобной платформой для изучения экзотических сдвиговых возбуждений.

Полученное решение для локальных полей, генерируемых при дифракции на контакте, может быть использовано в качестве базового блока для моделирования двумерных фотодетекторов. В основе преобразования света в ток может быть фототермоэлектрический эффект [6], разделение электрон-дырочных пар полем барьера Шоттки [5], или фотонное увлечение [40, 41]. Во всех этих случаях фототок является известным квадратичным функционалом локальных эклектических полей, чьи конкретные значения могут быть вычислены с помощью наших основных уравнений (6). Такая схема вычисления фототока проще и прозрачнее, чем использовавшиеся ранее ЭМ-симуляции [4, 9]. Она также может дать аналитическое представление о предельных характеристиках двумерных оптоэлектронных устройств.

**Финансование работы.** Работа была профинансирована грантом # 21-79-20225 Российского научного фонда.

**Конфликт интересов.** Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. K. J. Tielrooij, L. Piatkowski, M. Massicotte, A. Woessner, Q. Ma, Y. Lee, K.S. Myhro, C.N. Lau, P. Jarillo-Herrero, N.F. van Hulst, and F. H. L. Koppens, *Nature Nanotechnol.* **10**, 437 (2015); 1504.06487.
2. V. M. Muravev and I. V. Kukushkin, *Appl. Phys. Lett.* **100**, 082102 (2012).
3. E. Titova, D. Mylnikov, M. Kashchenko, I. Safonov, S. Zhukov, K. Dzhikirba, K. S. Novoselov, D. A. Bandurin, G. Alymov, and D. Svintsov, *ACS Nano* **17**, 8223 (2023); 2212.05352.
4. P. Olbrich, J. Kamann, M. König, J. Munzert, L. Tutsch, J. Eroms, D. Weiss, M.-H. Liu, L. E. Golub, E. L. Ivchenko, V. V. Popov, D. V. Fateev, K. V. Mashinsky, F. Fromm, T. Seyller, and S. D. Ganichev, *Phys. Rev. B* **93**, 075422 (2016); 1510.07946.
5. T. J. Echtermeyer, P. S. Nene, M. Trushin, R. V. Gorbachev, A. L. Eiden, S. Milana, Z. Sun, J. Schliemann, E. Lidorikis, K. S. Novoselov, and A. C. Ferrari, *Nano Lett.* **14**, 3733 (2014); 1402.1266.
6. J. C. W. Song, M. S. Rudner, C. M. Marcus, and L. S. Levitov, *Nano Lett.* **11**, 4688 (2011); 1105.1142.
7. A. V. Nalitov, L. E. Golub, and E. L. Ivchenko, *Phys. Rev. B* **86**, 115301 (2012).
8. E. Mönch, S. O. Potashin, K. Lindner, I. Yahniuk, L. E. Golub, V. Y. Kahorovskii, V. V. Bel'kov, R. Huber, K. Watanabe, T. Taniguchi, J. Eroms, D. Weiss, and S. D. Ganichev, *Phys. Rev. B* **105**, 045404 (2022).
9. D. V. Fateev, K. V. Mashinsky, and V. V. Popov, *Appl. Phys. Lett.* **110**, 061106 (2017).
10. D. V. Fateev, V. V. Popov, and M. S. Shur, *Semiconductors* **44**, 1406 (2010).
11. G. R. Aizin and G. C. Dyer, *Phys. Rev. B* **86**, 235316 (2012).
12. I. Gorbenko and V. Kachorovskii, *Phys. Rev. B* **110**, 155406 (2024).
13. D. Margetis, M. Maier, and M. Luskin, *Studies in Applied Mathematics* **139**, 599 (2017).
14. L. Zhang, X. L. Fu, and J. Z. Yang, *Commun. Theor. Phys.* **61**, 751 (2014).
15. B. Rejaei and A. Khavasi, *J. Opt.* **17**, 075002 (2015).
16. E. Nikulin, D. Mylnikov, D. Bandurin, and D. Svintsov, *Phys. Rev. B* **103**, 085306 (2021).
17. D. A. Svintsov and G. V. Alymov, *Phys. Rev. B* **108**, L121410 (2023).
18. K. J. Tielrooij, M. Massicotte, L. Piatkowski, A. Woessner, Q. Ma, P. Jarillo-Herrero, N. F. van Hulst, and F. H. L. Koppens, *J. Phys. Condens. Matter* **27**, 164207 (2015); 1411.5665.
19. V. Semkin, D. Mylnikov, E. Titova, S. Zhukov, and D. Svintsov, *Appl. Phys. Lett.* **120**, 191107 (2022).
20. V. A. Semkin, A. V. Shabanov, D. A. Mylnikov, M. A. Kashchenko, I. K. Domaratskiy, S. S. Zhukov, and D. A. Svintsov, *Nano Lett.* **23**, 5250 (2023).
21. J. Wei, C. Xu, B. Dong, C. W. Qiu, and C. Lee, *Nat. Photonics* **15**, 614 (2021).
22. S. A. Mikhailov and K. Ziegler, *Phys. Rev. Lett.* **99**, 016803 (2007).
23. O. V. Kotov and Y. E. Lozovik, *Phys. Rev. B* **93**, 235417 (2016).
24. S. G. Menabde, D. R. Mason, E. E. Kornev, C. Lee, and N. Park, *Sci. Rep.* **6**, 21523 (2016).
25. T. B. A. Senior and D. R. Hartree, *Proc. Roy. Soc. London. A* **213**, 436 (1952).
26. T. Senior, *Appl. Scientific Research, Section B* **8**, 35 (1960).
27. D. Margetis, M. Maier, T. Stauber, T. Low, and M. Luskin, *J. Phys. A: Mathematical and Theoretical* **53**, 055201 (2020).
28. J. Cenker, B. Huang, N. Suri, P. Thijssen, A. Miller, T. Song, T. Taniguchi, K. Watanabe, M. A. McGuire, D. Xiao, and X. Xu, *Nat. Phys.* **17**, 20 (2021).

29. A. Safin, S. Nikitov, A. Kirilyuk, D. Kalyabin, A. Sadovnikov, P. Stremoukhov, M. Logunov, and P. Popov, JETP **131**, 71 (2020).
30. A. V. Shchepetilnikov, A. R. Khisameeva, Y. A. Nefyodov, and I. V. Kukushkin, JETP Lett. **113**, 657 (2021).
31. A. Shubaev, K. R. Dzhikirba, A. S. Astrakhantseva, P. A. Gusikhin, I. V. Kukushkin, and V. M. Muravev, Phys. Rev. B **106**, L161411 (2022).
32. D. Rodionov and I. Zagorodnev, JETP Lett. **118**, 100 (2023).
33. I. V. Zagorodnev, A. A. Zabolotnykh, D. A. Rodionov, and V. A. Volkov, Nanomaterials **13**, 975 (2023).
34. V. Volkov and S. A. Mikhailov, Sov. Phys. JETP **67**, 1639 (1988).
35. A. A. Sokolik, O. V. Kotov, and Y. E. Lozovik, Phys. Rev. B **103**, 155402 (2021).
36. A. A. Zabolotnykh and V. Volkov, JETP Lett. **104**, 411 (2016).
37. V. G. Daniele and R. Zich, *The Wiener-Hopf method in electromagnetics*, SiTech Publishing Incorporated, Edison, NJ (2014).
38. A. N. Afanasiev, P. S. Alekseev, A. A. Greshnov, and M. A. Semina, Phys. Rev. B **108**, 235124 (2023).
39. M. Semenyakin and G. Falkovich, Phys. Rev. B **97**, 085127 (2018).
40. A. A. Gunyaga, M. V. Durnev, and S. A. Tarasenko, Phys. Rev. B **108**, 115402 (2023).
41. M. V. Entin, L. I. Magarill, and D. L. Shepelyansky, Phys. Rev. B **81**, 165441 (2010).