

# Магнитное управление кинетической индуктивностью в элементах сверхпроводниковой электроники

А. А. Неило<sup>+</sup>, С. В. Бакурский<sup>\*1)</sup>, Н. В. Кленов<sup>+</sup>, И. И. Соловьев<sup>+×</sup>, М. Ю. Куприянов<sup>\*</sup>

<sup>+</sup> Физический факультет, МГУ имени М. В. Ломоносова, 119991 Москва, Россия

<sup>\*</sup> Научно-исследовательский институт ядерной физики им. Д. В. Скобельцына МГУ, 119991 Москва, Россия

<sup>×</sup> Московский физико-технический институт, 141700 Долгопрудный, Россия

Поступила в редакцию 2 ноября 2024 г.

После переработки 12 ноября 2024 г.

Принята к публикации 18 ноября 2024 г.

Теоретически исследован продольный электронный транспорт в многослойной сверхпроводниковой (S) структуре  $\text{SF}_1\text{S}_1\text{F}_2\text{sN}$  с двумя ферромагнитными (F) слоями и слоем нормального металла (N). Расчеты показали, что поворот намагниченности ферромагнитных слоев друг относительно друга позволяет плавно изменять величину кинетической индуктивности структуры в несколько раз. Мы обнаружили особенность электронного состояния структуры в области параметров системы, соответствующей ее переходу от состояния с устойчивой джозефсоновской фазой 0 к состоянию с устойчивой фазой  $\pi$  (0– $\pi$  переход). Эта особенность приводит к подавлению синглетной компоненты амплитуды спаривания и росту кинетической индуктивности всей структуры. Исследование влияния конечного продольного тока на транспорт заряда показало, что разрушение сверхпроводимости в разных слоях происходит по очереди, и на зависимости  $L_K(J)$  есть несколько плато с почти постоянной величиной индуктивности.

DOI: 10.31857/S0370274X25010101, EDN: MCMJJU

**Введение.** Сверхпроводниковая электроника позволяет создавать ряд новых типов энергоэффективных и быстродействующих элементов для информационных и телекоммуникационных систем, включая нейроморфные вычислители [1–3], квантовые [4–6] и классические супер-компьютеры [7, 8], а также совместимые с ними высокочувствительные детекторы [9]. При этом элементная база для создания таких устройств не стоит на месте: постоянно появляются концепции новых элементов, основанных на новых физических принципах. Одним из таких элементов стали устройства с большой кинетической индуктивностью [10–13].

Индуктивность отвечает за реактивную компоненту импеданса при переносе заряда, определяя коэффициент пропорциональности между энергией протекающего тока и квадратом его амплитуды. При этом энергия запасается как в сопутствующем магнитном поле (геометрическая компонента индуктивности), так и в кинетической энергии носителей заряда (кинетическая компонента индуктивности). В ряде сверхпроводников с высоким удельным сопротивлением, таких как NbN и гранулированный алюминий GrAl [14–17], эта кинетическая компонента мо-

жет на порядки превышать геометрическую индуктивность, что позволяет получать компактные элементы на чипе с индуктивностями порядка нано- и микрогенри. Использование таких элементов может обеспечить прогресс в борьбе за масштабируемость цифровых и аналоговых сверхпроводниковых схем, поскольку позволит уменьшить размеры квантовых контуров быстрой одноквантовой (SFQ – Single Flux Quantum) логики. Кроме того, геометрическая компонента индуктивности в таких цепях будет мала, что позволяет значительно уменьшить паразитные наведенные токи, возникающие из-за взаимной индукции.

В то же время в ряде случаев подобные элементы кинетической индуктивности проявляют нелинейные свойства, что позволяет управлять характерными частотами сверхпроводниковых цепей с помощью задания тока смещения, нагрева или приложения электрического поля [18, 19]. На основе данных эффектов возможно реализовать смещение резонансной частоты составных элементов слаботочных сверхпроводниковых устройств, создавать параметрические усилители [20–24] и детекторы [25–27]. Также сейчас существует интерес к конструированию элементов с возможностью энергонезависимой подстройки индуктивности в широком диапазоне ее зна-

<sup>1)</sup> e-mail: r4zz@mail.ru

чений в составе сверхпроводниковых синапсов, нейронов и роутеров [28]. В данной работе мы предлагаем концепцию экспериментальной реализации такого элемента – энергонезависимого переключателя на основе ферромагнитного спинового вентиля [29–36].

Работа устройства основана на использовании спин-триггерного эффекта [37, 38], суть которого заключается в переводе тонкого сверхпроводникового  $s$ -слоя, подавленного обратным эффектом близости со стороны ферромагнетика и нормального металла, в собственное сверхпроводящее состояние за счет проникновения парных корреляций со стороны объемного сверхпроводника  $S$  – источника куперовских пар (см. рис. 1). В зависимости от угла разо-

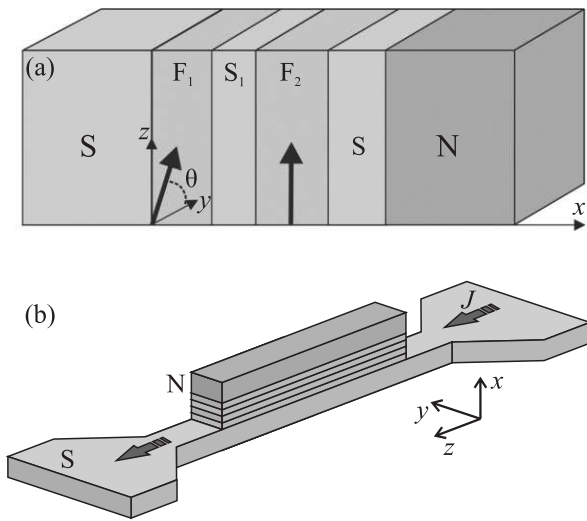


Рис. 1. (Цветной онлайн) (а) – Эскиз  $SF_1S_1F_2sN$  структуры с управляемой кинетической индуктивностью. (б) – Схематическое изображение расположения элемента с управляемой кинетической индуктивностью на чипе между двумя широкими сверхпроводниковыми линиями

риентации векторов намагниченности ферромагнитных слоев спинового вентиля  $F_1s_1F_2$ , расположенного между источником  $S$  и слоем-триггером  $s$ , вентиль либо пропускает, либо разрушает парные корреляции, что позволяет управлять состоянием  $s$ -слоя. При этом открытие вентиля приводит к переходу слоя-триггера  $s$  в сверхпроводящее состояние, что, в свою очередь, порождает резкий рост количества сверхпроводящих носителей внутри низкоомного металлического слоя  $N$  за счет эффекта близости. В том случае, когда такой  $N$ -материал обладает малым удельным сопротивлением и большой длиной когерентности, его кинетическая индуктивность в проксимизированном состоянии оказывается существенно меньше кинетической индуктивности остальных

слоев многослойной структуры. В силу этого проксимизация  $N$ -пленки должна сопровождаться существенным перераспределением транспортного продольного тока в  $F_1s_1F_2$ -вентиле и его концентрацией в  $N$ -материале.

В данной работе мы теоретически исследуем проблему управления кинетической индуктивностью в подобной структуре за счет плавного изменения угла разориентации векторов намагниченности ферромагнитных слоев; существенно новым в этом рассмотрении также является учет влияния продольного тока конечной величины на свойства такой структуры.

**Модель.** На рисунке 1 схематически представлена исследуемая  $SF_1S_1F_2sN$ -структура. Она состоит из  $S$ -электрода,  $F_1S_1F_2$ -обменного клапана и сверхпроводящего  $s$ -слоя, находящегося в контакте с низкоомным нормальным металлом ( $N$ ). Предполагается, что условие грязного предела выполняется во всех материалах. Тогда  $SF_1S_1F_2sN$ -система будет описываться уравнениями Узаделя:

$$D_p \nabla (\hat{g}^R \nabla \hat{g}^R) - [\omega \tau_3, \hat{g}^R] + [i \mathbf{h}_p \boldsymbol{\sigma}, \hat{g}^R] + [\Delta_p \tau_1, \hat{g}^R] = 0, \quad (1)$$

в которых  $D_p = 2\pi T_c \xi_p^2$  – коэффициент диффузии  $p$ -го слоя,  $\xi_p$ ,  $\rho_p$  – его диффузная длина когерентности и удельное сопротивление соответственно,  $\omega = \pi T(2n+1)$  – мацубаровские частоты,  $T$  – температура системы,  $T_c$  – критическая температура сверхпроводников, образующих многослойную  $SF_1S_1F_2sN$  структуру. Запаздывающая функция Грина  $\hat{g}^R = \hat{g} \tau_3 + \hat{f} \tau_1$  представима в виде суммы нормальной  $\hat{g} = g \sigma_0$  и аномальной  $\hat{f} = \sum_{i=0}^3 f_i \sigma_i$  составляющих,  $\tau_i$ ,  $\sigma_i$  – матрицы Паули в квазичастичном (Намбу) и спиновом пространстве соответственно. На границах между слоями использовались граничные условия Куприянова–Лукичева [39]:

$$2\gamma_{Bpq} \hat{g}_p^R \partial_x \hat{g}_p^R = [\hat{g}_p^R, \hat{g}_q^R]. \quad (2)$$

$\gamma_{Bpq} = R_{Bpq} \mathcal{A}_{Bpq} / \rho_p \xi_p$  – параметр подавления на границе между  $p$ -м и  $q$ -м слоями,  $R_{Bpq}$  и  $\mathcal{A}_{Bpq}$  – сопротивление и площадь соответствующего интерфейса. Условие самосогласования для сверхпроводящего параметра порядка  $\Delta$ , отличного от нуля только в сверхпроводящих слоях, представимо в виде:

$$\Delta \ln \frac{T}{T_c} = \pi T \sum_{\omega=-\infty}^{+\infty} \left( \frac{\Delta}{|\omega|} - f_0 \right). \quad (3)$$

Мы считаем, что ферромагнетики имеют однодоменную структуру с векторами намагниченности  $\mathbf{M}_{1,2}$ , лежащими в  $Ozy$ -плоскости. Следовательно, векто-

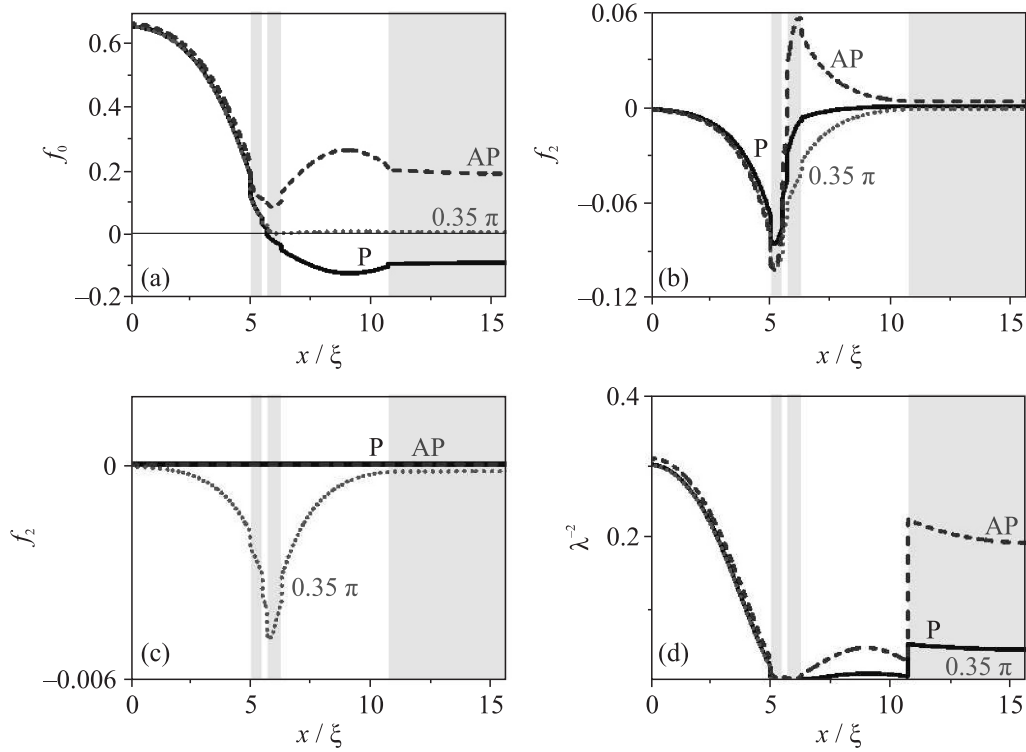


Рис. 2. (Цветной онлайн) Пространственные зависимости при разных значениях углов между намагниченностями ферромагнетиков ( $\theta = 0, 0.35\pi, \pi$  соответствуют черная сплошная, красная точечная, синяя штрихованная линии) для: (a) – синглетной компоненты амплитуды спаривания  $f_0$ ; (b), (c) – триплетных компонент  $f_1, f_2$ ; (d) – обратного квадрата лондоновской глубины проникновения  $\lambda^{-2}$ . Голубыми областями обозначены слои  $F_{1,2}$  ферромагнетиков, зеленым – N нормального металла, белым – сверхпроводников. Параметры  $SF_1S_1F_2sN$ -структуры:  $d_S = 5\xi$ ,  $d_{F1} = 0.5\xi$ ,  $d_{S1} = 0.2\xi$ ,  $d_{F2} = 0.6\xi$ ,  $d_s = 4.4\xi$ ,  $d_N = 5\xi$ ,  $\xi_N = 10\xi$ ,  $\rho_N = 0.1\rho$ ,  $h = 10T_C$ ,  $T = 0.5T_C$ ,  $\gamma_B = 0.3$

ра обменного взаимодействия  $\mathbf{h}_{1,2}$  отличные от нуля только в F-слоях, определяются следующим образом:

$$\mathbf{h}_1 = h\mathbf{y} \cos \theta + h\mathbf{z} \sin \theta, \quad \mathbf{h}_2 = h\mathbf{z}. \quad (4)$$

Предполагается, что материальные параметры у сверхпроводящих и ферромагнитных слоев одинаковы, т.е.  $\xi_S = \xi_F = \xi$ ,  $\rho_S = \rho_F = \rho$ , а параметры низкоомного металла,  $\xi_N$  и  $\rho_N$ , могут от них отличаться.

Кинетическая индуктивность  $SF_1S_1F_2sN$  структуры определялась выражением:

$$\frac{L_K}{\mathcal{L}_K^0} = \frac{\xi}{\lambda_0^2} \left[ \int_0^d \lambda^{-2}(x) dx \right]^{-1}. \quad (5)$$

Здесь  $\mathcal{L}_K^0 = (\mu_0 X \lambda_0^2) / (\xi W)$ ,  $\lambda_0 = 2\pi\mu_0 T_C \rho^{-1}$ ,  $\mu_0$  – проницаемость вакуума,  $X, W, d$  – ширина, высота и суммарная толщина  $SF_1S_1F_2sN$ -структуры соответственно. Обратный квадрат лондоновской глубины проникновения определялся как:

$$\lambda^{-2}(x) = \lambda_0^{-2} \frac{T\rho}{T_C \rho(x)} \sum_{\omega > 0} \text{Re}(f^2(x)), \quad (6)$$

где  $f^2(x) = f_0^2(x) - f_1^2(x) - f_2^2(x)$ .

Краевая задача (1)–(4) решалась численно итерационным способом. Найденные в результате расчетов координатные зависимости аномальных функций Грина были использованы для вычисления искомой индуктивности в соответствии с выражениями (5), (6).

**Электронная структура.** Результаты расчетов электронной структуры в рамках уравнений (1)–(6) приведены на рис. 2 для следующего набора параметров многослойной  $SF_1S_1F_2sN$ -структуры:  $d_S = 5\xi$ ,  $d_{F1} = 0.5\xi$ ,  $d_{S1} = 0.2\xi$ ,  $d_{F2} = 0.6\xi$ ,  $d_s = 4.4\xi$ ,  $d_N = 5\xi$ ,  $\xi_N = 10\xi$ ,  $\rho_N = 0.1\rho$ ,  $h = 10T_C$ ,  $T = 0.5T_C$ ,  $\gamma_B = 0.3$ .

Представленные на рис. 2a–c пространственные зависимости амплитуд спаривания  $f_i(x)$  и квадрата обратной глубины проникновения  $\lambda^{-2}(x)$  (рис. 2d) для разных направлений векторов намагниченности F-слоев демонстрируют принцип работы исследуемого спинового вентиля. Амплитуды спаривания в области толстого левого сверхпроводника, S, слабо зависят от направлений намагниченности. При этом амплитуды спаривания  $f_0$  и  $f_1$  в тонком s-слое

увеличиваются в несколько раз при переключении из состояния с параллельными векторами намагниченностей (Р) в “антипараллельное” (АР) состояние за счет более эффективной проксимизации через магнитную многослойку. В свою очередь, появление сверхпроводимости в  $s$ -слое приводит к проксимизации нормально металлического N-слоя, в котором появляется заметная амплитуда спаривания  $f_0$ , несмотря на его значительную толщину  $d_N = 5\xi$ , превосходящую размер находящейся с ним в контакте сверхпроводящей пленки. Более того, расчет пространственного распределения квадрата обратной глубины проникновения  $\lambda^{-2}(x)$ , по сути эквивалентного пространственному распределению продольного сверхтока по структуре, показывает, что в АР-конфигурации вклад нормального металла в  $\lambda^{-2}(x)$  оказывается сопоставимым с вкладом от объемных сверхпроводников. В Р-конфигурации векторов намагниченности эффект близости между S- и  $s$ -слоями оказывается подавленным. В результате этого амплитуда спаривания  $f_0$  в  $s$ - и N-слоях оказывается в разы меньше. Таким образом, изменение взаимной ориентации векторов намагниченности в  $\text{SF}_1\text{S}_1\text{F}_2\text{sN}$  структуре позволяет изменять пространственное распределение глубины проникновения поля и, соответственно, полную эффективную индуктивность структуры.

Стоит отметить, что возможность формирования  $\pi$ -состояния в джозефсоновской  $\text{SF}_1\text{S}_1\text{F}_2\text{s}$  структуре не приводит к значительному подавлению сверхпроводимости в  $s$ -слое. В Р-конфигурации векторов намагниченности F-пленок и при параметрах, представленных на рис. 2, компоненты амплитуды спаривания  $f_0$  в S- и  $s$ -слоях имеют разные знаки (так называемое  $0-\pi$  состояние). Однако это не мешает проявлению триггерного эффекта и формированию собственной сверхпроводимости в  $s$ -слое.

В области параметров, соответствующей  $0-\pi$  переходу, может наблюдаться дополнительное подавление сверхпроводимости, типичное для структур с тонкими сверхпроводниковыми слоями. Для рассматриваемой структуры мы можем реализовать  $0-\pi$  переход путем поворота одного из векторов намагниченности на конечный угол  $\theta = 0.35\pi$ . При таком значении угла разориентации намагниченностей  $\theta$  амплитуда спаривания в  $s$ -слое подавляется полностью. В этой области параметров спиновый вентиль оказывается топологически закрыт, что приводит к полному подавлению сверхпроводимости в  $s\text{N}$  бислое. Однако данный эффект реализуется лишь в узком диапазоне параметров при малых толщинах  $s$ -слоя, близких к критической толщине.

Наличие N-слоя и его характеристики также значительно влияют на величину кинетической индуктивности структуры. Чтобы продемонстрировать данный эффект, мы провели расчеты электронной структуры рассматриваемой многослойки для разных параметров нормального слоя и провели сравнение кинетической индуктивности в параллельной и антипараллельной конфигурациях вентилей. На рисунке 3 представлена разность кинетической индуктивности в Р- и АР-конфигурациях намагниченности  $\delta L_K = L_K^P - L_K^{AP}$  для  $\text{SF}_1\text{S}_1\text{F}_2\text{s(N)}$ -структуры как функция толщины слоя триггера,  $s$ , для разных типов нормально-металлического покрытия. Данная величина удобна для оценки величины спин-вентильного эффекта в многослойной структуре с учетом влияния используемых материалов на критическую толщину  $s$ -слоя.

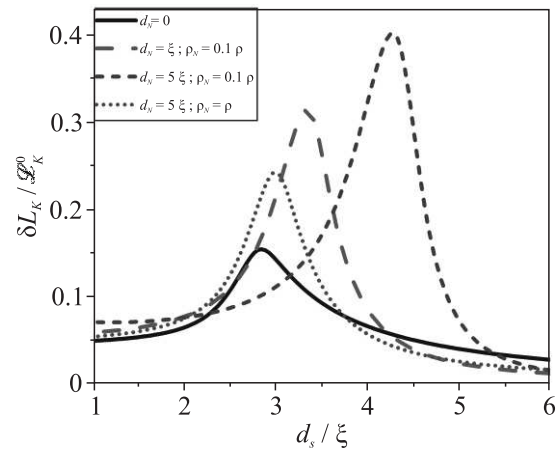


Рис. 3. (Цветной онлайн) Зависимость разности кинетических индуктивностей в Р- и АР-ориентациях  $\delta L_K$  от толщины  $s$ -слоя  $d_s$  для разных толщин и удельных сопротивлений нормального металла. Черная сплошная линия соответствует базовой  $\text{SF}_1\text{S}_1\text{F}_2\text{s}$  структуре без покрытия нормальным слоем; красная штрихованная линия – случаю тонкого низкоомного N-слоя; синяя пунктирная линия – случаю толстого низкоомного N-слоя; зеленая точечная линия – случаю толстого N-слоя с сопротивлением, как у всех материалов в системе. Параметры  $\text{SF}_1\text{S}_1\text{F}_2\text{sN}$  структуры:  $d_s = 5\xi$ ,  $d_{F1} = 0.5\xi$ ,  $d_{S1} = 0.2\xi$ ,  $d_{F2} = 0.6\xi$ ,  $\xi_N = 10\xi$ ,  $h = 10T_C$ ,  $T = 0.5T_C$ ,  $\gamma_B = 0.3$

Черная сплошная линия на рис. 3 показывает изменение кинетической индуктивности для базовой структуры без покрытия нормальным слоем. При малых толщинах сверхпроводящего  $s$ -слоя его собственная сверхпроводимость оказывается подавленной во всем диапазоне углов разориентации векторов намагниченности  $\theta$ . В результате изменение  $\theta$  слабо

влияет на величину общей кинетической индуктивности.

В обратном пределе очень больших  $d_s$   $s$ -слой наоборот достаточно толст, чтобы переходить в собственное сверхпроводниковое состояние вне зависимости от того, есть ли подпитка парными корреляциями со стороны сверхпроводника источника  $S$ .

Наиболее эффективно спин-вентильный эффект проявляется в промежуточном интервале толщин  $2\xi < d_s < 4\xi$ . В этом случае в системе реализуется спин-триггерный эффект, заключающийся в переходе  $s$ -слоя в собственное сверхпроводящее состояние только при наличии подпитки со стороны сверхпроводника источника  $S$  при открытом спиновом вентиле. В этом случае изменение полной кинетической индуктивности структуры  $\delta L_K$  при перемагничивании вырастает в 3–4 раза относительно предельных случаев больших и маленьких толщин  $d_s$ .

В свою очередь добавление нормально-металлического слоя  $N$  поверх сверхпроводника  $s$  может в несколько раз усилить спин-вентильный эффект в окрестности максимума зависимости  $\delta L_K(d_s)$ . На рисунке 3 показана зависимость  $\delta L_K(d_s)$  для случая использования материала с высокой длиной когерентности  $\xi_N = 10\xi$  и удельным сопротивлением, как у сверхпроводника  $\rho_N = \rho$  (зеленая точечная линия). Использование такого материала слабо влияет на критическую толщину сверхпроводникового слоя триггера  $d_s$ , при которой достигается максимум зависимости, зато увеличивает амплитуду максимума  $\delta L_K$  больше, чем в полтора раза.

Использование низкоомного нормального металла с  $\rho_N = 0.1\rho$  позволяет увеличить спин-вентильный эффект еще сильнее. Синей пунктирной линией показана зависимость  $\delta L_K(d_s)$  для  $\rho_N = 0.1\rho$  и толстого нормального слоя  $d_N = 5\xi$ . При этом эффективное подавление сверхпроводника  $s$  за счет обратного эффекта близости со стороны  $N$  слоя тоже увеличивается, что приводит к смещению максимума зависимости  $\delta L_K(d_s)$  к новой критической толщине  $s$ -слоя большей чем  $4\xi$ .

Уменьшение толщины нормального слоя до  $d_N = \xi$  (красная пунктирная линия) позволяет ослабить данный эффект, но одновременно ведет и к ослаблению спин-вентильного эффекта.

Зависимость кинетической индуктивности  $L_K$  от угла разориентации векторов намагниченности ферромагнитных слоев  $\theta$  продемонстрирована на рис. 4 для структуры с параметрами нормального слоя  $d_N = 5\xi$ ,  $\rho_N = 0.1\rho$  и разными толщинами  $s$ -слоя. Фактически, данный рисунок является детализацией синей пунктирной кривой на рис. 3.

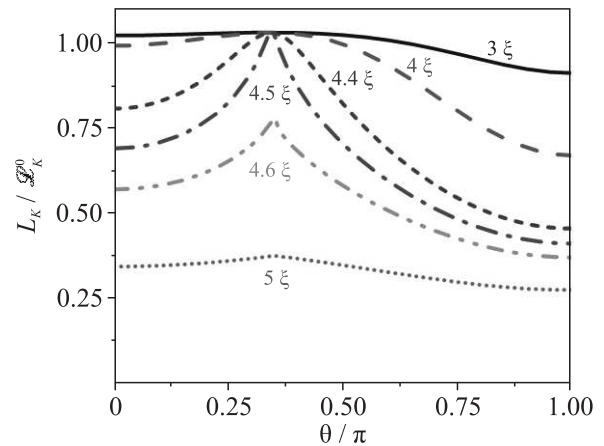


Рис. 4. (Цветной онлайн) Зависимость кинетической индуктивности  $L_K$  от угла разориентации намагниченностей  $\theta$  для разных толщин  $s$ -слоя. Параметры  $\text{SF}_1\text{S}_1\text{F}_2s\text{N}$ -структуры:  $d_S = 5\xi$ ,  $d_{F1} = 0.5\xi$ ,  $d_{S1} = 0.2\xi$ ,  $d_{F2} = 0.6\xi$ ,  $d_N = 5\xi$ ,  $\xi_N = 10\xi$ ,  $\rho_N = 0.1\rho$ ,  $h = 10T_C$ ,  $T = 0.5T_C$ ,  $\gamma_B = 0.3$

Видно, что при маленьких толщинах  $d_s = 3\xi$  зависимость  $L_K$  от угла  $\theta$  практически отсутствует (черная линия на рис. 4). Здесь, как в  $P$ , так и в  $AP$  ориентациях собственная сверхпроводимость в  $s$ -слое мала, а величина общей нормированной индуктивности близка к единице, что соответствует кинетической индуктивности слоя источника  $S$ .

Увеличение толщины  $s$ -слоя в диапазоне  $d_s = 4-4.6\xi$  (красная, синяя, зеленая и оранжевые линии) приводит к формированию в нем собственной сверхпроводимости и падению общей индуктивности, что происходит раньше в  $AP$  конфигурации и позже в  $P$ -направлении намагниченности.

При этом зависимость  $L_K(\theta)$  оказывается нелинейной: ее максимум в широком диапазоне толщин наблюдается при  $\theta \approx 0.35\pi$ , что соответствует точке  $0-\pi$  перехода между  $s$  и  $S$ -слоями. В этом случае, сверхпроводимость  $s$ -слоя оказывается дополнительно подавлена фактом  $0-\pi$  перехода, что приводит к дополнительному усилению спин-вентильного эффекта. Тем не менее данный эффект ослабевает по мере увеличения толщины сверхпроводникового  $s$ -слоя до значений, значительно превышающих критическую. При толщинах  $d_s > 5\xi$  индуктивность слабо зависит от угла  $\theta$ , а  $0-\pi$  переход происходит резким скачком, слабо влияя на измеряемые параметры структуры.

**Протекание продольного тока.** Задание конечного продольного сверхтока вдоль многослойной структуры (вдоль оси  $Oz$ ) может значительно повлиять на величину индуктивности и распределение то-



ков между слоями из-за эффекта подавления сверхпроводимости протекающим по структуре током.

Для оценки этих эффектов, мы модифицировали уравнения (1)–(5) по аналогии с работами [19, 40–43], представив потенциал спаривания и компоненты амплитуды спаривания в виде  $\Delta(x, z) = \Delta(x)e^{izq}$  и  $f_i(x, z) = f_i(x)e^{izq}$  соответственно, где  $q$  – не зависящий от координаты  $x$  градиент фазы параметра порядка вдоль оси  $0z$ .

В этом случае уравнение (1) сохраняет свой вид с точностью до замены в нем мадубаровской частоты  $\omega$  на  $\omega + D_p q^2 g/2$ . При таком подходе распределение плотности тока  $j(x)$  по толщине структуры определяется выражением

$$j(x) = \frac{2\pi T}{e\rho(x)} q \sum_{\omega > 0} \text{Re}(f^2(x)) = \frac{2\pi T_C \lambda_0^2}{e\rho \lambda^2(x, q)} q, \quad (7)$$

а суммарный транспортный ток  $J$  находится посредством интегрирования выражения (7) по суммарной толщине структуры  $d$ :

$$J = W \int_0^d j(x) dx. \quad (8)$$

При выводе выражений (7), (8) мы предполагали, что суммарная толщина всех слоев структуры  $d = \sum_p d_p$  значительно меньше лондоновской глубины проникновения  $\lambda_0$ , а ширина полосы значительно меньше величины  $\lambda_0^2/d$ . Помимо этого, мы пренебрегали влиянием магнитных полей рассеяния ферромагнетиков, т.е. считали, что  $q$  есть константа, независимая от пространственных координат. Таким образом, после интегрирования в (8) и подстановки выражения для кинетической индуктивности (5) получается выражение, фактически являющееся альтернативным определением кинетической индуктивности  $L_K$ :

$$q\xi = \frac{L_K(q)}{\mathcal{L}_K^0} \frac{J}{J_0}, \quad (9)$$

где  $J_0 = 2\pi T_C W / e\rho$  – нормировка тока.

Для решения задачи об определении зависимости кинетической индуктивности от фазы необходимо получить соотношение между градиентом фазы и током  $q(J)$ . Данная проблема решалась итерационным способом.

Сначала по формулам (6), (5) рассчитывались зависимость  $\lambda^{-2}(x)$  и величина  $L_K$  при нулевом транспортном токе. На их основе из соотношения (9) для заданного тока  $J$  определялось значение градиента фазы параметра порядка  $q$  в первом приближении.

После подстановки получившегося на предыдущем шаге значения  $q$  в уравнение Узаделя определялось распределение  $\lambda^{-2}(x, q)$  и величина  $L_K(q)$  в

следующей итерации и по формуле (9) уточнялось значение  $q$ . Итерационный процесс по  $q$  заканчивался при достижении относительной точности  $10^{-4}$ . Полученное в итоге значение  $q(J)$  использовалось для расчета зависимости  $L_K(J)$  в рамках модифицированного уравнения Узаделя.

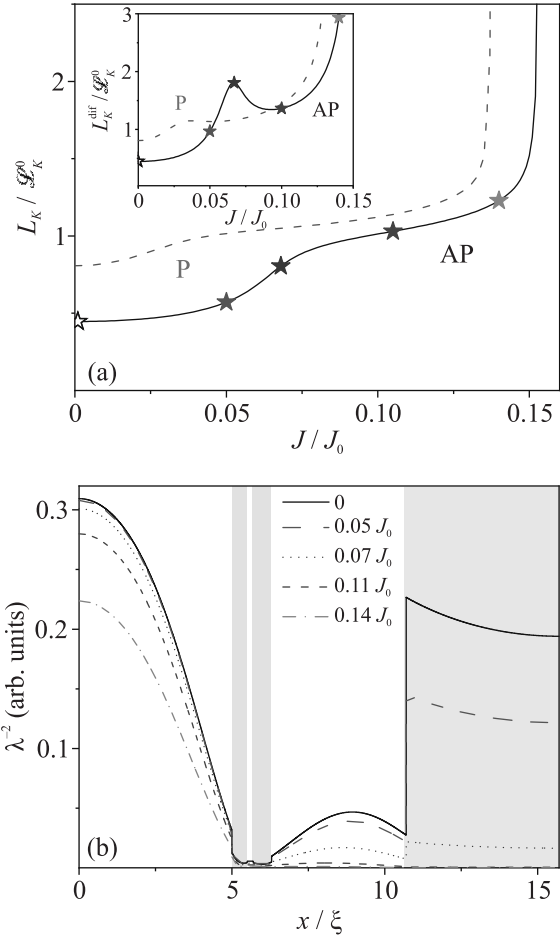


Рис. 5. (Цветной онлайн) (а) – Зависимость кинетической индуктивности  $L_K$  от тока смещения  $J$  для Р- и АР-конфигураций намагниченности структуры (красная штриховая и черная сплошная кривые соответственно). На вставке показана эквивалентная зависимость дифференциальной индуктивности  $L_K^{\text{dif}}(J)$ . (б) – Пространственное распределение обратного квадрата лондоновской глубины проникновения  $\lambda^{-2}$  для АР-конфигурации намагниченностей структуры при разных величинах тока смещения, отмеченных звездочками на панели (а). Параметры  $\text{SF}_1\text{S}_1\text{F}_2\text{sN}$ -структуры:  $d_S = 5\xi$ ,  $d_{F1} = 0.5\xi$ ,  $d_{S1} = 0.2\xi$ ,  $d_{F2} = 0.6\xi$ ,  $d_s = 4.4\xi$ ,  $d_N = 5\xi$ ,  $\xi_N = 10\xi$ ,  $\rho_N = 0.1\rho$ ,  $h = 10T_C$ ,  $T = 0.5T_C$ ,  $\gamma_B = 0.3$

На рисунке 5а показана зависимость кинетической индуктивности  $\text{SF}_1\text{S}_1\text{F}_2\text{sN}$  структуры от величины тока  $J$  для Р- и АР-взаимной ориентаций век-

торов намагниченности F-пленок (красная штриховая и черная сплошная кривые соответственно). Видно, что зависимости имеют два плато со слабым изменением  $L_K(J)$  и переходную область между ними с более быстрым подъемом. При больших токах  $J \approx 0.13 - 0.14J_0$  начинается процесс разрушения куперовских пар в основном электроде S, что приводит к исчезновению парных корреляций в структуре в целом и появлению расходимости на рассчитываемой зависимости для индуктивности структуры, переходящей в резистивный режим. При этом в AP-конфигурации критическое значение тока распаривания оказывается больше, что связано с более слабым подавлением сверхпроводимости в S-электроде за счет обратного эффекта близости по сравнению со случаем P-конфигурации намагниченности.

Эффективная ступенька на зависимости  $L_K(J)$  связана с разрушением сверхпроводимости в бислое sN по мере увеличения тока. При этом ступенька ярче проявлена в случае AP-намагниченности из-за того, что в параллельном случае сверхпроводимость в sN бислоя сильно подавлена даже в отсутствии тока. Стоит отметить, что такое свойство обусловлено подбором параметров структуры для эффективного управления полной индуктивностью изменением намагниченности в отсутствии тока.

На нижнем плато зависимости  $L_K(J)$  для AP-конфигурации ток распределен между S и sN слоями. По мере увеличения тока до  $0.07J_0$  происходит подавление сверхпроводимости в sN бислое, что приводит к значительному изменению распределения тока в структуре. Для демонстрации этого эффекта на рис. 5b показано пространственное распределение обратного квадрата глубины проникновения  $\lambda^{-2}(x)$ , которое в соответствии с формулой (7) эквивалентно пространственному распределению тока  $j(x)$  по структуре.

На черной сплошной кривой на рис. 5b видно, что при нулевом токе суммарное соотношение  $\lambda^{-2}(x)$  между S-электродом и sN-частью примерно одинаковое. Однако, сверхпроводимость в s-слое является более слабой, чем в S-электроде, вследствие чего увеличивающийся ток будет сильнее разрушать сверхпроводящие корреляции в sN-части. В результате, в диапазоне токов от 0 до  $\sim 0.05J_0$  величина  $\lambda^{-2}(x)$  заметно уменьшается в области sN бислоя, а ее величина в S-электроде, напротив, остается практически неизменной. Далее, в переходной области ( $0.05-0.07J_0$ ) происходит окончательное разрушение сверхпроводимости в sN-части, и кинетическая индуктивность структуры полностью определяется состоянием толстого S-слоя. Дальнейший рост  $L_K$

связан с разрушением сверхпроводимости непосредственно S-электрода, где в диапазоне  $0.07-0.14J_0$  наблюдается постепенное уменьшение амплитуды спаивания и, соответственно, величины  $\lambda^{-2}(x)$ .

Вышеописанное поведение находится в соответствии с результатами работ [19, 43–45], где распаривание токового канала в слое низкоомного металла происходит при меньших токах, чем в слое объемного сверхпроводника. Это означает, что в определенном интервале заданных в структуру токов возможно разрушение транспорта только в sN бислое и сохранение транспортных свойств источника куперовских пар S. При этом в данной работе мы не рассматриваем случай критических параметров, рассмотренный в [19, 43–45], что не позволяет выделить эффект “распаривания” в N-слое. Вместо этого sN бислой фактически выступает единым элементом структуры с меньшей критической температурой и критическим током, чем у толстого S-электрода, однако обладающим низкой удельной индуктивностью за счет малого удельного сопротивления металла.

Необходимо отметить, что кроме определения индуктивности в виде коэффициента пропорциональности между градиентом фазы и полным током частото [19, 41] используется дифференциальная кинетическая индуктивность

$$L_K^{\text{dif}} = J_0 \mathcal{L}_K^0 \frac{dq}{dJ} = L_K + \frac{dL_K}{dJ} J. \quad (10)$$

Для сравнения эта величина показана на вставке к рис. 5a для тех же параметров, что и для основного графика. Она характеризуется тем, что в области быстрого роста  $L_K(J)$ , связанного с разрушением сверхпроводимости в одном из слоев, на зависимости  $L_K^{\text{dif}}(J)$  может сформироваться дополнительный максимум.

При этом в зависимости от конкретного эксперимента при измерении кинетической индуктивности может быть получена как ее полная величина, так и дифференциальная. Например, в эксперименте [46] на образец подается постоянный ток смещения и исследуется влияние слабого переменного сигнала, что соответствует величине  $L_K^{\text{dif}}$ . С другой стороны, в экспериментах по исследованию пространственного распределения тока в интерферометрах с мостиками Дайема [47, 48] определяется полная индуктивность  $L_K$ , поскольку в этом случае играет роль полная энергия системы. В более сложных процессах с большим переменным током необходимо учитывать нелинейность индуктивности в рамках решения зависящей от времени задачи [41], в которой распределение тока по структуре не является равновесным.

**Обсуждение.** В рамках данной работы мы показали возможность управления кинетической индуктивностью  $L_k$  многослойной  $\text{SF}_1\text{S}_1\text{F}_2\text{sN}$  структуры посредством изменения угла разориентации векторов намагниченности  $\theta$  двух ферромагнитных слоев, выступающих в роли спинового вентиля. Показано, что при перемагничивании величина  $L_k$  может изменяться в несколько раз. При этом плавное изменение угла разориентации намагниченностей в вентиле  $\theta$  позволяет плавно и в широких пределах изменять кинетическую индуктивность структуры. Данный эффект может быть интересен для устройств, требующих непрерывной подстройки частоты входящих в них сверхпроводниковых контуров.

В том случае, когда изменение угла  $\theta$  в структуре сопровождается переходом между 0- и  $\pi$ -состояниями, зависимость кинетической индуктивности  $L_k(\theta)$  становится немонотонной. Она имеет максимум в точке, соответствующей 0- $\pi$  переходу. Этот эффект можно использовать как для обнаружения 0- $\pi$  перехода без использования фазочувствительных схем [49–52], так и для усиления спин-вентильного эффекта.

Возможный способ интеграции подобной структуры в сверхпроводниковые цепи показан на рис. 1b. В этом случае элемент кинетической индуктивности представляет из себя узкую полоску по сравнению с широкими элементами разводки из сверхпроводника, что позволяет обеспечить значительную кинетическую индуктивность управляемого элемента. При этом, конечно, в области затекания тока образуется его концентрация, а распределение тока, показанное на рис. 5b реализуется в центральной части структуры. Однако процессы растекания тока происходят на масштабах порядка толщины структуры, что соответствует десяткам нанометров, а длина такой полоски может составлять от 100 до 1000 нм, что позволяет в первом приближении пренебрегать областями неравномерного растекания тока.

В случае достаточно малых токов  $J < 0.02J_0$  структура может быть использована как подстраиваемый линейный реактивный элемент, в котором при перемагничивании изменяется кинетическая индуктивность. В этом диапазоне токов эффекты распаривания пренебрежимо малы.

Возможен и альтернативный способ применения подобной структуры. При задании постоянного тока смещения можно подстраивать разницу электронного транспорта между Р- и АР-конфигурациями. Также можно управлять распределением тока по подобной структуре только током, не изменяя магнитную конфигурацию системы.

**Финансирование работы.** Теоретическое описание и моделирование электронного транспорта многослойной структуры выполнено при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект # 22-79-10018, <https://rscf.ru/project/22-79-10018/>).

Исследование возможных применений и способов интеграции многослойной структуры в схемы выполнено при поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (соглашение 075-15-2024-632). Оптимизация численного алгоритма в окрестности точки распаривания выполнена А. Неило при поддержке Фонда развития теоретической физики и математики “БАЗИС”.

**Конфликт интересов.** Авторы данной работы заявляют, что у них нет конфликта интересов.

1. K. Ishida, I. Byun, I. Nagaoka, K. Fukumitsu, M. Tanaka, S. Kawakami, T. Tanimoto, T. Ono, J. Kim, and K. Inoue, *IEEE Micro* **41**, 19 (2021).
2. M. Schneider, E. Toomey, G. Rowlands, J. Shainline, P. Tschirhart, and K. Segall, *Supercond. Sci. Technol.* **35**, 053001 (2022).
3. M. M. Islam, S. Alam, M. S. Hossain, K. Roy, and A. Aziz, *J. Appl. Phys.* **133**, 070701 (2023).
4. I. Siddiqi, *Nat. Rev. Mater.* **6**, 875 (2021).
5. V. A. Vozhakov, M. V. Bastrakova, N. V. Klenov, I. I. Soloviev, W. V. Pogosov, D. V. Babukhin, A. A. Zhukov, and A. M. Satanin, *Phys.-Uspekhi* **65**, 457 (2022).
6. E. Zikiy, A. Ivanov, N. Smirnov, D. Moskalev, V. Polozov, A. Matanin, E. Malevannaya, V. Echeistov, T. Konstantinova, and I. Rodionov, *Sci. Rep.* **13**, 15536 (2023).
7. M. Cuthbert, E. DeBenedictis, R. L. Fagaly et al. (Collaboration), *International roadmap for devices and systems. Cryogenic electronics and quantum information processing. 2022 Edition*, IEEE (2022).
8. C. Pot, W. F. Holmes-Hewett, E.-M. Anton, J. D. Miller, B. J. Ruck, and H. J. Trodahl, *Appl. Phys. Lett.* **123**, 202401 (2023).
9. A. V. Semenov, I. A. Devyatov, M. P. Westig, and T. M. Klapwijk, *Phys. Rev. Appl.* **13**, 024079 (2020).
10. S. Bakurskiy, M. Kupriyanov, N. V. Klenov, I. Soloviev, A. Schegolev, R. Morari, Y. Khaydukov, and A. S. Sidorenko, *Beilstein J. Nanotechnol.* **11**, 1336 (2020).
11. J. Peltonen, P. Coumou, Z. Peng, T. Klapwijk, J. Tsai, and O. Astafiev, *Sci. Rep.* **8**, 10033 (2018).
12. T. Hazard, A. Gyenis, A. Di Paolo, A. Asfaw, S. Lyon, A. Blais, and A. Houck, *Phys. Rev. Lett.* **122**, 010504 (2019).
13. D. Kalacheva, G. Fedorov, J. Zotova, S. Kadyrmetov, A. Kirkovskii, A. Dmitriev, and O. Astafiev, *Phys. Rev. Appl.* **21**, 024058 (2024).



14. L. Grünhaupt, N. Maleeva, S.T. Skacel, M. Calvo, F. Levy-Bertrand, A.V. Ustinov, H. Rotzinger, A. Monfardini, G. Catelani, and I.M. Pop, *Phys. Rev. Lett.* **121**, 117001 (2018).
15. N. Maleeva, L. Grünhaupt, T. Klein, F. Levy-Bertrand, O. Dupre, M. Calvo, F. Valenti, P. Winkel, F. Friedrich, W. Wernsdorfer, A.V. Ustinov, H. Rotzinger, A. Monfardini, M.V. Fistul, and I.M. Pop, *Nat. Commun.* **9**, 3889 (2018).
16. P. Kamenov, W.-S. Lu, K. Kalashnikov, T. DiNapoli, M.T. Bell, and M.E. Gershenson, *Phys. Rev. Appl.* **13**, 054051 (2020).
17. T.E. Wilson, *Meas. Sci. Technol.* **18**, N53 (2007).
18. L.J. Splitthoff, A. Bargerbos, L. Grünhaupt, M. Pita-Vidal, J.J. Wesdorp, Y. Liu, A. Kou, C.K. Andersen, and B. van Heck, *Phys. Rev. Appl.* **18**, 024074 (2022).
19. D.Y. Vodolazov, *JETP Lett.* **118**, 773 (2023).
20. M. Malnou, M. Vissers, J. Wheeler, J. Aumentado, J. Hubmayr, J. Ullom, and J. Gao, *PRX Quantum* **2**, 010302 (2021).
21. B.-K. Tan, N. Klimovich, R. Stephenson, F. Faramarzi, and P. Day, *Supercond. Sci. Technol.* **37**, 035006 (2024).
22. D.J. Parker, M. Savitskiy, W. Vine, A. Laucht, T. Duty, A. Morello, A.L. Grimsmo, and J.J. Pla, *Phys. Rev. Appl.* **17**, 034064 (2022).
23. L.J. Splitthoff, J.J. Wesdorp, M. Pita-Vidal, A. Bargerbos, Y. Liu, and C.K. Andersen, *Phys. Rev. Appl.* **21**, 014052 (2024).
24. M. Khalifa, P. Feldmann, and J. Salfi, *Phys. Rev. Appl.* **22**, 024025 (2024).
25. J. Baselmans, *J. Low Temp. Phys.* **167**, 292 (2012).
26. S. Doyle, P. Mauskopf, J. Naylon, A. Porch, and C. Duncombe, *J. Low Temp. Phys.* **151**, 530 (2008).
27. F. Levy-Bertrand, A. Benoît, O. Bourrion, M. Calvo, A. Catalano, J. Goupy, F. Valenti, N. Maleeva, L. Grünhaupt, I. Pop, and A. Monfardini, *Phys. Rev. Appl.* **15**, 044002 (2021).
28. A.E. Schegolev, N.V. Klenov, S.V. Bakurskiy, I.I. Soloviev, M.Y. Kupriyanov, M.V. Tereshonok, and A.S. Sidorenko, *Beilstein J. Nanotechnol.* **13**, 444 (2022).
29. A.A. Golubov, M.Y. Kupriyanov, and E. Il'Ichev, *Rev. Mod. Phys.* **76**, 411 (2004).
30. A.I. Buzdin, *Rev. Mod. Phys.* **77**, 935 (2005).
31. F. Bergeret, A.F. Volkov, and K.B. Efetov, *Rev. Mod. Phys.* **77**, 1321 (2005).
32. M. Blamire and J. Robinson, *J. Phys. Condens. Matter* **26**, 453201 (2014).
33. M. Eschrig, *Rep. Prog. Phys.* **78**, 104501 (2015).
34. N.O. Birge and N. Satchell, *APL Mater.* **12**, 041105 (2024).
35. A. Neilo, S. Bakurskiy, N. Klenov, I. Soloviev, and M. Kupriyanov, *Nanomaterials* **13**, 1970 (2023).
36. L. Karelina, N. Shuravin, S.Z. Egorov, V. Bol'ginov, and V. Ryazanov, *JETP Lett.* **119**, 633 (2024).
37. A. Neilo, S. Bakurskiy, N. Klenov, I. Soloviev, and M. Kupriyanov, *Nanomaterials* **14**, 245 (2024).
38. A. Neilo, S. Bakurskiy, N. Klenov, I. Soloviev, V. Stolyarov, and M. Kupriyanov, *Appl. Phys. Lett.* **125**, 162601 (2024).
39. М.Ю. Куприянов, Лукичев, *ЖЭТФ* **94**, 139 (1988).
40. J.R. Clem and V. Kogan, *Physical Review B: Condensed Matter and Materials Physics* **86**, 174521 (2012).
41. T. Kubo, *Physical Review Research* **2**, 033203 (2020).
42. P. Marychev and D.Y. Vodolazov, *J. Phys. Condens. Matter* **33**, 385301 (2021).
43. P. Marychev and D.Y. Vodolazov, *Phys. Rev. B* **105**, 094522 (2022).
44. D.Y. Vodolazov, A.Y. Aladyshkin, E. Pestov, S. Vdovichev, S. Ustavshikov, M.Y. Levichev, A. Putilov, P. Yunin, A. El'kina, N. Bukharov, and A.M. Klushin, *Superconductor Supercond. Sci. Technol.* **31**, 115004 (2018).
45. S. Ustavshikov, M.Y. Levichev, I.Y. Pashenkin, A. Klushin, and D.Y. Vodolazov, *Supercond. Sci. Technol.* **34**, 015004 (2020).
46. M.Y. Levichev, I.Y. Pashenkin, N. Gusev, and D.Y. Vodolazov, *Phys. Rev. B* **108**, 094517 (2023).
47. A. Murphy, D.V. Averin, and A. Bezryadin, *New J. Phys.* **19**, 063015 (2017).
48. H. Dausy, L. Nulens, B. Raes, M.J. van Bael, and J. van de Vondel, *Phys. Rev. Appl.* **16**, 024013 (2021).
49. E. Il'ichev, M. Grajcar, R. Hlubina, R.P. IJsselsteijn, H.E. Hoenig, H.G. Meyer, A. Golubov, M.H. Amin, A.M. Zagoskin, A.N. Omelyanchouk, and M.Y. Kupriyanov, *Phys. Rev. Lett.* **86**, 5369 (2001); ISSN 1079-7114; 0031-9007.
50. A.G.P. Troeman, S.H.W. van der Ploeg, E. Il'Ichev, H.-G. Meyer, A.A. Golubov, M.Y. Kupriyanov, and H. Hilgenkamp, *Phys. Rev. B* **77**, 024509 (2008).
51. S.M. Frolov, M.J. Stoutimore, T.A. Crane, D.J. van Harlingen, V.A. Oboznov, V.V. Ryazanov, A. Ruosi, C. Granata, and M. Russo, *Nat. Phys.* **4**, 32 (2008).
52. L.V. Ginzburg, I. Batov, V.V. Bol'ginov, S.V. Egorov, V.I. Chichkov, A.E. Shchegolev, N.V. Klenov, I. Soloviev, S.V. Bakurskiy, and M.Y. Kupriyanov, *JETP Lett.* **107**, 48 (2018).